

文章编号:1007-2780(2014)05-0686-06

## 基板锚定特性对液晶盒电容的影响

叶文江\*, 刘小松, 宋晓龙, 郑桂丽  
(河北工业大学 理学院, 天津 300401)

**摘要:**基板的锚定特性,包括锚定能大小和锚定易取方向,影响液晶指向矢的分布,直接导致液晶盒电容的改变,因此可以通过液晶盒电容的测量确定基板表面的锚定特性。基于液晶弹性理论和变分原理,理论推导弱锚定平行排列向列相和混合排列向列相液晶盒系统的平衡态方程和边界条件,采用差分迭代方法数值模拟得到了液晶盒约化电容随电压、锚定能系数及锚定易取方向变化的曲线。结果表明:液晶盒电容随基板锚定能系数的增加而减小;随预倾角的增加,液晶盒电容随锚定能系数的变化缩小;同一电压和基板锚定能系数下,平行排列向列相液晶盒电容不会大于混合排列向列相液晶的电容。

**关键词:**液晶盒电容;锚定能;易取方向;弱锚定;差分迭代方法

**中图分类号:**O753+.2 **文献标识码:**A **doi:**10.3788/YJYXS20142905.0686

## Influence of anchoring property of substrate on capacitance of liquid crystal cell

YE Wen-jiang\*, LIU Xiao-song, SONG Xiao-long, ZHENG Gui-li

(School of Sciences, Hebei University of Technology, Tianjin 300401, China)

**Abstract:** The anchoring property of substrate, including the anchoring energy and the anchoring easy direction, can affect the distribution of liquid crystal director, which results in the capacitance change of liquid crystal cell, so the anchoring property may be determined by measuring the capacitance of liquid crystal cell. Based on liquid crystal elasticity theory and variational principles, the equilibrium equation and the boundary condition of weak anchoring parallel aligned nematic (PAN) and hybrid aligned nematic (HAN) liquid crystal cell are deduced theoretically. The variations of reduced capacitance of liquid crystal cell with applied voltage, anchoring energy coefficient and anchoring easy direction are simulated using the finite difference iterative method. The results show that the capacitance of liquid crystal cell will decrease with increase of the anchoring energy coefficient; the variation of capacitance of liquid crystal cell with the anchoring energy coefficient will reduce with the increase of pretilt angle; the capacitance of PAN cell is not greater than that of HAN cell for the same voltage and anchoring energy coefficient of substrate.

**Key words:** capacitance of liquid crystal cell; anchoring energy; easy direction; weak anchoring; finite difference iterative method

收稿日期:2014-01-02;修订日期:2014-01-24.

基金项目:国家自然科学基金(No. 11274088, 11374087, 11304074);河北省自然科学基金(No. A2014202123);河北省教育厅项目(No. Z2012061, QN2014130);河北省高校重点学科和河北工业大学大学生创新创业训练计划(No. 201310080001)

\* 通信联系人, E-mail: wenjiang\_ye@hebut.edu.cn

## 1 引言

液晶盒本身可以看作是电容器,并且电容是可调的,其原因在于外加电压引起的液晶形变导致两块导电玻璃基板之间的介电常数发生变化<sup>[1-3]</sup>。利用液晶电容随电压的变化关系,可以对液晶材料的介电常数<sup>[4]</sup>、弹性常数<sup>[5-6]</sup>进行测量。关于液晶挠曲电特性对液晶盒电容的影响,崔文静等人在文献[7-8]中曾给出详细的理论分析,分别研究了强锚定平行排列向列相(PAN: Parallel Aligned Nematic)盒和混合排列向列相(HAN: Hybrid Aligned Nematic)盒的电容特性。但是,正如文献[3]中描述,液晶的挠曲电效应局限于具有永久偶极矩的楔形和香蕉形液晶分子在展曲和弯曲形变下产生的挠曲电极化与电场相互作用对液晶分子形变的影响。即使是灌注具有挠曲电特性的液晶,在施加交流电压时挠曲电效应也是被忽略的<sup>[9-10]</sup>。因此,文献[3]中着重考虑忽略挠曲电效应时 PAN 盒和 HAN 盒的电容特性,但是依然是强锚定情形。实际上,对于弱锚定液晶盒基板的锚定特性(包括锚定能系数和锚定易取方向)也能对液晶形变产生贡献,同样会影响其电容特性,可以通过对液晶盒电容的测量确定基板的锚定特性。

早在 1985 年 Yocoyama 和 Sprang 两人<sup>[11]</sup>提出了通过同时测量液晶盒的相位差和电容与施加电压之间的关系(RCV 方法)确定锚定能,但是存在 2 个问题:(1)测量的液晶盒厚度较厚(56  $\mu\text{m}$ ),需要的电压较大;(2)基板表面电极需要刻蚀,刻蚀液对电极保护层产生破坏,影响测量的精度。为了解决上述问题,Nastishin 等人<sup>[12]</sup>提出了直接测量液晶盒相位随电压的变化(RV 方法)确定基板的锚定特性,虽然克服了刻蚀问题,不对基板进行刻蚀,但是实验中使用的液晶盒仍然较厚的盒(15  $\mu\text{m}$ 、21  $\mu\text{m}$  和 47  $\mu\text{m}$  三种情况),与商用的液晶盒差别较大(一般厚度小于 5  $\mu\text{m}$ )。基于此,可以考虑通过对不需经过刻蚀的弱锚定 PAN 或 HAN 商用液晶盒电容的测量研究基板表面的锚定特性。本文从理论上研究了基板锚定特性对弱锚定 PAN 和 HAN 盒电容的影响,为后续的基板锚定特性电容法实验测量提供理论支持。

## 2 理论分析

PAN 和 HAN 显示都是利用电控双折射(ECB: Electrically Controlled Birefringence)效应,液晶分子在外加电压作用下的形变位于垂直于基板表面( $xoy$ )的平面内,即位于  $xoz$  平面内<sup>[13]</sup>。弱锚定 PAN 盒上下基板水平锚定处理,液晶分子在上下玻璃基板处沿某一预倾角均匀排列;而弱锚定 HAN 盒上下基板一个水平锚定处理一个垂直锚定处理,液晶分子在上下基板表面同样以某一预倾角均匀排列,假定上基板垂直锚定处理,下基板水平锚定处理。PAN 盒和 HAN 盒的厚度均为  $l$ 。垂直于基板方向( $z$  方向)外加一电压  $U$  作用在液晶盒上,且上基板接地。此时,无论是 PAN 盒,还是 HAN 盒,单位面积系统的自由能均为

$$F = \frac{1}{2} \int_0^l \left[ f(\theta) \left( \frac{d\theta}{dz} \right)^2 + g(\theta) \left( \frac{d\varphi}{dz} \right)^2 \right] dz - \frac{1}{2} A_0 \cos^2(\theta_1 - \theta_0) - \frac{1}{2} A_l \cos^2(\theta_2 - \theta_1), \quad (1)$$

其中:  $f(\theta) = k_{11} \cos^2 \theta + k_{33} \sin^2 \theta$ ,  $g(\theta) = \epsilon_{//} \sin^2 \theta + \epsilon_{\perp} \cos^2 \theta = \epsilon_{\perp} + \Delta \epsilon \sin^2 \theta$ ,  $k_{11}$  和  $k_{33}$  分别对应液晶材料的展曲和弯曲弹性常数,  $\Delta \epsilon = \epsilon_{//} - \epsilon_{\perp}$  为液晶材料的介电各向异性,  $\epsilon_{//}$  和  $\epsilon_{\perp}$  分别为平行和垂直于液晶分子长轴方向的介电常数,  $A_l$  和  $A_0$  分别是液晶盒上下基板表面锚定能系数,  $\theta_l$  和  $\theta_0$  分别是液晶盒上下基板表面锚定易取向方向,  $\theta_2$  和  $\theta_1$  分别是液晶盒上下基板表面液晶分子实际取向方向,  $\varphi$  为液晶盒内部电势。

最小化系统的自由能可以得到指向矢倾角  $\theta$  满足的平衡态方程和边界条件,分别为

$$2f(\theta) \frac{d^2 \theta}{dz^2} + f'(\theta) \left( \frac{d\theta}{dz} \right)^2 + g'(\theta) \left( \frac{d\varphi}{dz} \right) = 0. \quad (2)$$

$$f(\theta_1) \theta'_1 + \frac{1}{2} A_0 \sin 2[\cos(\theta_1 - \theta_0)] = 0. \quad (3)$$

$$f(\theta_2) \theta'_2 - \frac{1}{2} A_l \sin 2[\cos(\theta_2 - \theta_1)] = 0. \quad (4)$$

电势满足的方程:

$$g'(\theta) \frac{d\theta}{dz} \frac{d\varphi}{dz} + g(\theta) \frac{d^2 \varphi}{dz^2} = 0. \quad (5)$$

方程(2)~(5)是确定外加一定电压下液晶指向矢分布的基本方程,由指向矢分布能够进一步得到液晶盒电容的变化,并由此分析基板表面锚

定能系数及锚定易取方向对液晶电容的影响。对于 PAN 盒,假定上下基板水平锚定处理相同,而 HAN 盒下基板水平锚定处理与 PAN 盒相同,上基板垂直锚定处理完全不同于下基板的处理,导致 HAN 盒中上下基板的锚定易取方向  $\theta_l$  和  $\theta_o$  及液晶分子实际取向方向  $\theta_2$  和  $\theta_1$  不同。

由文献[2-3]可知液晶盒电容为

$$\frac{1}{C} = \frac{1}{S\epsilon_{\perp}} \int_0^l \frac{dz}{1 + \gamma \sin^2 \theta}, \quad (6)$$

其中:  $\gamma = \Delta\epsilon/\epsilon_{\perp}$ ,  $S$  为基板的面积。引入新的变量  $\xi = z/l$  和  $C_0 = S\epsilon_{\perp}/l$  对应电压为 0 时的电容,方程(6)可化为

$$c = 1 / \int_0^1 \frac{d\xi}{1 + \gamma \sin^2 \theta}, \quad (7)$$

这里  $c = C/C_0$  为液晶盒约化电容。

### 3 数值模拟

采用差分迭代数值计算方法,整个液晶盒沿  $z$  轴分成  $N$  ( $N=101$ ) 层,每一液晶层的厚度为  $h=l/N$  上下基板分别是第  $N$  层和第 1 层,系统内部采用中心差分格式,上下基板边界分别采用三点向前和向后差分格式,其形式参考文献[14-15]。将差分形式代替方程(2)~(5)中的微分,可以得到指向矢倾角和电势满足的迭代格式

$$\theta_i^{(n+1)} = \left[ f'(\theta_i^{(n)}) \left( \frac{\theta_{i+1}^{(n)} - \theta_{i-1}^{(n)}}{2h} \right) + 2f(\theta_i^{(n)}) \frac{\theta_{i+1}^{(n)} + \theta_{i-1}^{(n)}}{h^2} + g'(\theta_i^{(n)}) \left( \frac{\varphi_{i+1}^{(n)} - \varphi_{i-1}^{(n)}}{2h} \right)^2 \right] h^2 / [4f(\theta_i^{(n)})]. \quad (8)$$

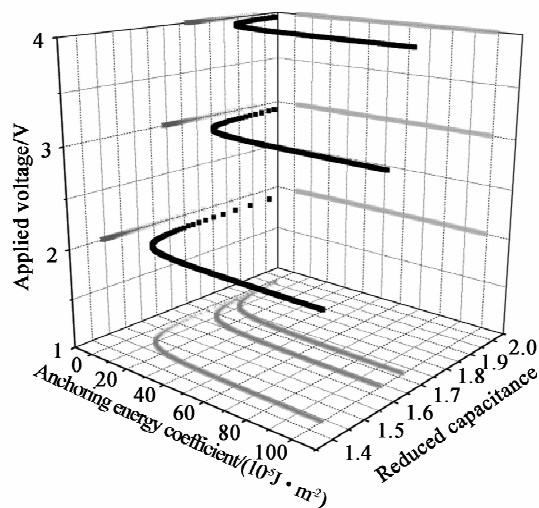
$$\theta_1^{(n+1)} = - \left[ \frac{1}{2} A_0 l \sin 2\theta_1^{(n)} - f(\theta_1^{(n)}) \frac{4\theta_2^{(n)} - \theta_3^{(n)}}{2h} \right] 2h / [3f(\theta_1^{(n)})]. \quad (9)$$

$$\theta_N^{(n+1)} = - \left[ \frac{1}{2} A_l l \sin 2\theta_N^{(n)} + f(\theta_N^{(n)}) \frac{\theta_{N-2}^{(n)} - 4\theta_{N-1}^{(n)}}{2h} \right] 2h / [3f(\theta_N^{(n)})]. \quad (10)$$

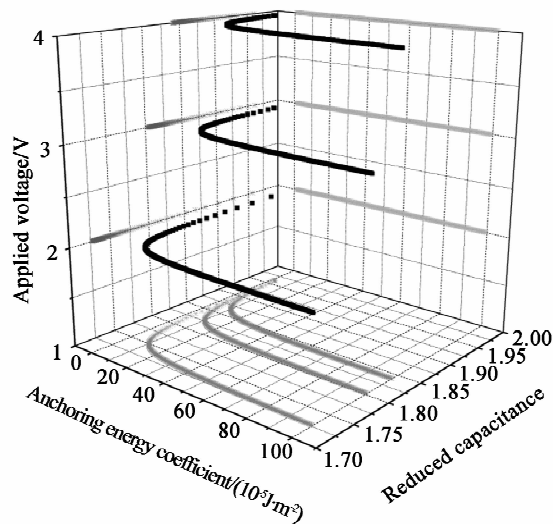
$$\varphi_i^{(n+1)} = \left[ g(\theta_i^{(n)}) \frac{\varphi_{i+1}^{(n)} + \varphi_{i-1}^{(n)}}{2h} + g'(\theta_i^{(n)}) \frac{\theta_{i+1}^{(n)} - \theta_{i-1}^{(n)}}{2h} \frac{\varphi_{i+1}^{(n)} - \varphi_{i-1}^{(n)}}{2h} \right] h^2 / [2g(\theta_i^{(n)})]. \quad (11)$$

计算中考虑 PAN 和 HAN 盒中灌注的液晶材料相同,其参数为:  $k_{11} = 6.2$  pN,  $k_{33} = 8.3$  pN,  $\epsilon_{\perp} = 5.3\epsilon_0$  ( $\epsilon_0$  为真空介电常数)、 $\Delta\epsilon = 5.2\epsilon_0$ , 液晶

盒的厚度均为  $l = 4$   $\mu\text{m}$ 。液晶盒施加 2 V、3 V 或 4 V 电压时,对应 PAN 和 HAN 液晶盒约化电容随锚定能系数的变化分别如图 1(a)和图 1(b)所示,此时 PAN 盒上下基板的预倾角均为  $0^\circ$ , HAN 盒下基板预倾角为  $0^\circ$ ,上基板预倾角为  $90^\circ$ 。为了分析基板表面锚定易取方向对约化电容的影响,给出了电压为 4 V 不同预倾角下 PAN 和 HAN 液晶盒约化电容随锚定能系数的变化,如图 2(a)和图 2(b)所示,PAN 盒上下基板预倾角



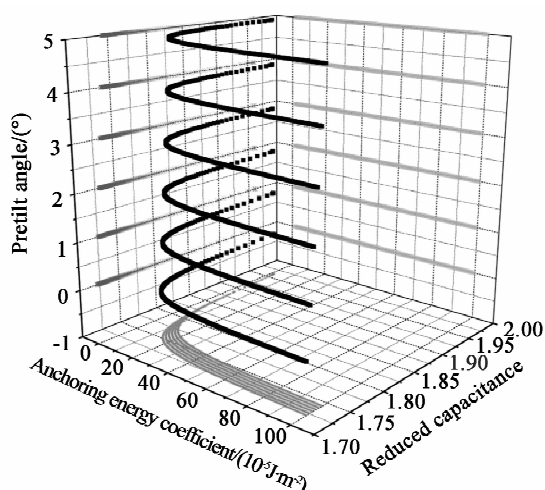
(a) PAN cell



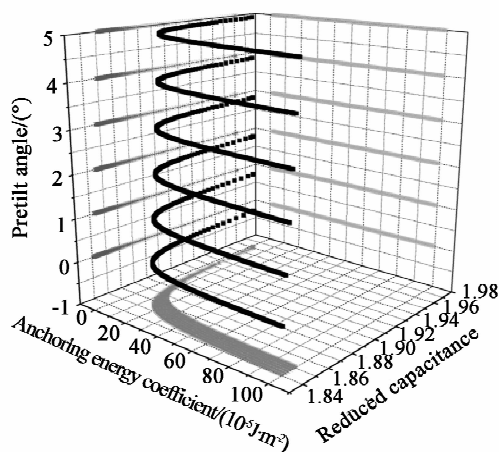
(b) HAN cell

图 1 不同电压下液晶盒约化电容随锚定能系数的变化

Fig. 1 Variation of the reduced capacitance of liquid crystal cell with the anchoring energy coefficient for different applied voltages



(a) PAN cell

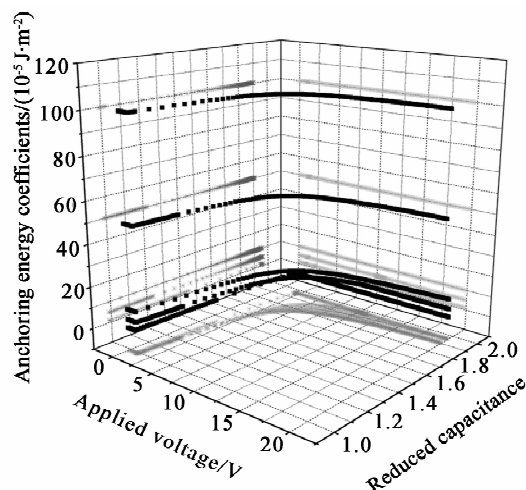


(b) HAN cell

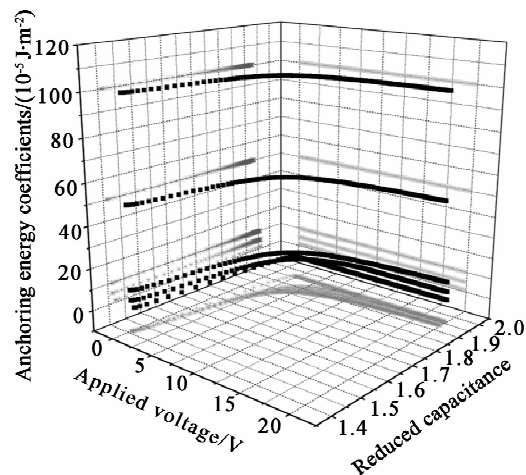
图2 不同预倾角下液晶盒约化电容随锚定能系数的变化  
Fig. 2 Variation of the reduced capacitance of liquid crystal cell with the anchoring energy coefficient for different pretilt angles

变化范围为  $0^\circ \sim 5^\circ$ , HAN 盒下基板预倾角变化范围与 PAN 盒相同, 上基板预倾角变化范围为  $85^\circ \sim 90^\circ$ 。对应不同的锚定能系数上下基板预倾角均为  $0^\circ$  时 PAN 液晶盒约化电容随电压的变化如图 3(a) 所示, 下基板预倾角为  $0^\circ$ , 上基板预倾角为  $90^\circ$  的 HAN 液晶盒约化电容随电压的变化如图 3(b) 所示。

可以看出: (1) 基板表面锚定能系数相对较弱的情形, 液晶盒电容变化较明显, 而锚定能系数相对较强时同一电压下对应的液晶盒电容基本保持不变, 同一电压下相同锚定能系数 HAN 盒的电容值要比 PAN 盒的电容值大, 如图 1 所



(a) PAN cell



(b) HAN cell

图3 不同锚定下液晶盒约化电容随电压的变化  
Fig. 3 Variation of the reduced capacitance of liquid crystal cell with the applied voltage for different anchoring energy coefficients

示, 说明随电压的增大, 锚定能系数越小液晶分子的形变越大, 导致液晶层有效介电常数增加, 液晶盒电容也增大, 当锚定能系数相对较强时, 液晶分子形变随锚定能系数的变化很小; (2) 预倾角对较弱锚定情形 ( $\leq 5 \times 10^{-5} \text{ J/m}^2$ ) 液晶盒电容的影响较小, PAN 盒随预倾角从  $0^\circ \sim 5^\circ$  增大, 液晶电容随锚定能系数的变化缩小, 而 HAN 盒则相反, 随预倾角从  $90^\circ \sim 85^\circ$  减小有类似的规律, 而且变化的幅度也不如 PAN 盒大, 如图 2 所示; (3) PAN 盒本身有阈值特性, 只有外加电压超过阈值电压液晶形变才会产生, 因此其电容值在没有产生形变时也不会发生改

变,但是基板锚定能系数越小( $1 \times 10^{-5} \text{ J/m}^2$ ),驱动液晶形变所需的电压及达到饱和状态(液晶分子沿电场方向排列)所需的电压越小,维持电容值不变的电压值也就越小,锚定能系数较大时( $\geq 5 \times 10^{-4} \text{ J/m}^2$ ),液晶电容随电压的变化基本保持一致,HAN 盒电容对电压的变化规律基本一致,只是它本身没有阈值特性。上下基板锚定能系数取  $1 \times 10^{-3} \text{ J/m}^2$  时给出的 PAN 盒和 HAN 盒电容对电压的变化与文献[3]研究的强锚定 PAN 盒和 HAN 盒的一致。由此可知,基板表面锚定能系数和锚定易取方向对液晶电容有较明显的影响,如果能够精确测量液晶电容,反过来可以确定基板的锚定特性。

## 4 结 论

基于液晶弹性理论和变分原理,得到了 PAN 和 HAN 液晶盒系统的平衡态方程和边界条件,将差分代替平衡态方程和边界条件中的微分给出了其差分迭代格式,由此数值模拟了液晶盒约化电容随电压、锚定能系数及锚定易取方向的变化,并分析了锚定能系数和预倾角对两种液晶盒电容的影响。为了测量基板表面的锚定特性,可以适当的测量电压范围,使其液晶电容在此电压范围内变化较明显,并与理论进行比较,得到基板的锚定能系数及锚定易取方向。

## 参 考 文 献:

- [1] Yang D K, Wu S T. *Fundamentals of Liquid Crystal Devices* [M]. Chichester: John Wiley & Sons Ltd, 2006: 274.
- [2] Stephen W M. Measurements of the elastic constants of a liquid crystal [D]. Vancouver: University of British Columbia, 1985.
- [3] 崔文静, 邢红玉, 叶文江, 等. 液晶可调电容器的研究[J]. 液晶与显示, 2013, 28(2): 173-178.  
Cui W J, Xing H Y, Ye W J, et al. Liquid crystal tunable capacitor [J]. *Chinese Journal of Liquid Crystals and Displays*, 2013, 28(2): 173-178. (in Chinese)
- [4] Welford K R, Miners F, Sambles J R. A new technique for determining the dielectric constants of a nematic liquid crystal [J]. *J Phys D: Appl Phys*, 1988, 21: 1320-1325.
- [5] 温庆祥, 黄锡瑕, 何林, 等. C-V 法液晶弹性常数的测定[J]. 液晶与显示, 1993, 8(1): 73-78.  
Wen Q X, Huang X M, He L, et al. Measurement of liquid crystal elastic constants by C-V method [J]. *Chinese Journal of Liquid Crystals and Displays*, 1993, 8(1): 73-78. (in Chinese)
- [6] 孔祥建, 荆海, 黄霞, 等. 一种改进的 C-V 方法对向列相液晶弹性常数  $k_{11}$ 、 $k_{33}$  测量的理论研究[J]. 液晶与显示, 2007, 22(5): 587-590.  
Kong X J, Jing H, Huang X, et al. Theoretical research of improved C-V method to measure  $k_{11}$  and  $k_{33}$  of nematic liquid crystals [J]. *Chinese Journal of Liquid Crystals and Displays*, 2007, 22(5): 587-590. (in Chinese)
- [7] 崔文静, 邢红玉, 张艳君, 等. 挠曲电效应对向列相液晶盒电容的影响[J]. 数值计算与计算机应用, 2012, 33(2): 142-150.  
Cui W J, Xing H Y, Zhang Y J, et al. Influence of the flexoelectric effect on the capacitance of nematic liquid crystal cell [J]. *Journal on Numerical Methods and Computer Applications*, 2012, 33(2): 142-150. (in Chinese)
- [8] 崔文静, 邢红玉, 张艳君, 等. 混合排列向列相液晶盒电容特性研究[J]. 液晶与显示, 2012, 27(5): 608-612.  
Cui W J, Xing H Y, Zhang Y J, et al. Capacitance characteristics of hybrid aligned nematic liquid crystal cell [J]. *Chinese Journal of Liquid Crystals and Displays*, 2012, 27(5): 608-612. (in Chinese)
- [9] Takahashi T, Hashidate S, Nishijou H, et al. Novel measurement method for flexoelectric coefficients of nematic liquid crystals [J]. *Jpn. J. Appl. Phys.*, 1998, 37(4A): 1865-1869.
- [10] Jewell S A, Sambles J R. Fully leaky guided mode study of the flexoelectric effect and surface polarization in hybrid aligned nematic cells [J]. *J. Appl. Phys.*, 2002, 92(1): 19-24.
- [11] Yokoyama H, Sprang H A. A novel method for determining the anchoring energy function at a nematic liquid

- crystal-wall interface from director distortions at high fields [J]. *J. Appl. Phys.*, 1985, 57(10): 4520-4526.
- [12] Nastishin Y A, Polak R D, Shiyanovskii S V, *et al.* Nematic polar anchoring strength measured by electric field techniques [J]. *J. Appl. Phys.*, 1999, 86(8): 4199-4213.
- [13] Blinov L M, Chigrinov V G. *Electrooptic Effects in Liquid Crystal Materials* [M]. New York: Springer-Verlag, 1994: 135-138.
- [14] 王谦, 何赛灵. 液晶指向矢分布的模拟和比较研究[J]. 物理学报, 2001, 50(5): 926-932.  
Wang Q, He S L. Simulation and comparison study of liquid crystal director distributions [J]. *Acta Physica Sinica*, 2001, 50(5): 926-932. (in Chinese)
- [15] 张志东, 叶文江, 邢红玉. 液晶盒中挠曲电效应的计算 [J]. 计算物理, 2004, 21(2): 156-160.  
Zhang Z Z, Ye W J, Xing H Y. Calculation of the flexoelectric effect in the liquid crystal cell [J]. *Chinese J Comput Phys*, 2004, 21(2): 156-160. (in Chinese)

**作者简介:**叶文江(1976—),男,河北石家庄人,博士,副教授,主要从事液晶物理及液晶器件物理方面的研究。E-mail: wenjiang\_ye@hebut.edu.cn